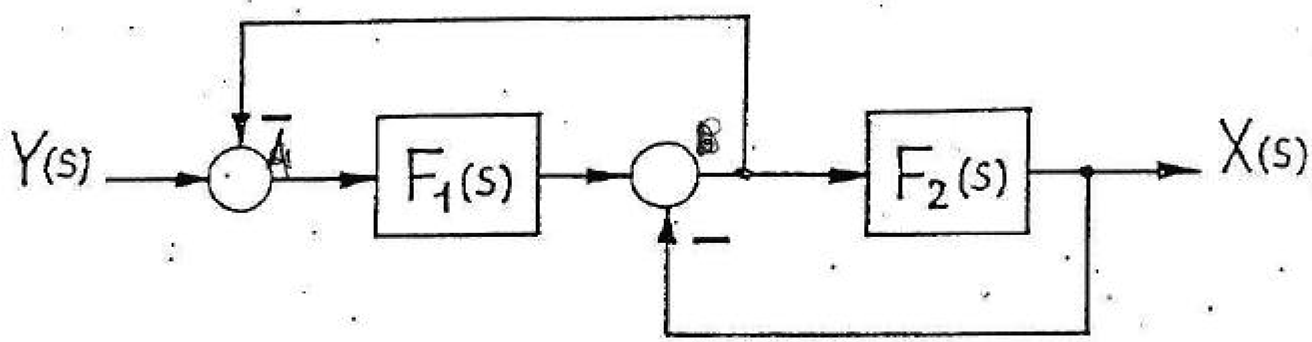
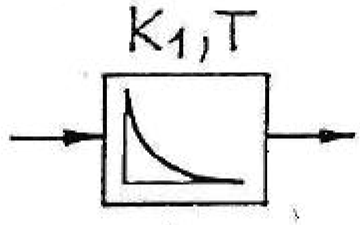
Ein dynamisches System wird durch folgendes Blockschaltbild beschrieben:



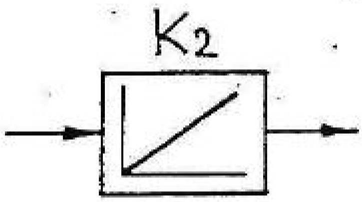
a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $F(s) = X(s)/Y(s)$ des Systems.

Die beiden Übertragungsblöcke sind wie folgt näher spezifiziert:

Block 1 [mit $F_1(s)$]:



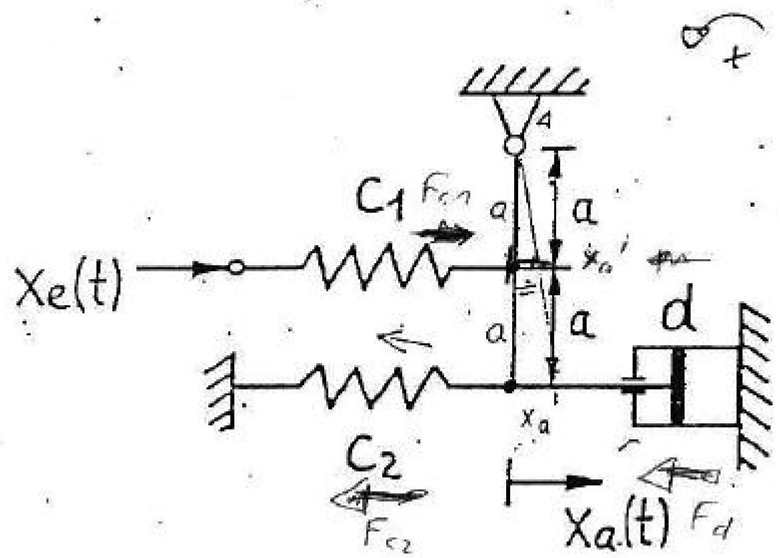
Block 2 [mit $F_2(s)$]:



b) Wie lautet die Übertragungsfunktion $F(s) = X(s)/Y(s)$ in Abhängigkeit von den Kennwerten der beiden Blöcke?

Aufgabe 2 (a,b,c) · AT1, SS 1994

Ein mechanisches System, das aus zwei Federn, einem Dämpfer sowie einem Hebel besteht, hat den folgenden Aufbau:



$$\frac{a}{z} = \frac{2a}{x_a}$$

$$z = \frac{a \cdot x_a}{2a} = \frac{1}{2} x_a$$

x_e, x_a : Wege

Die Federkonstanten haben die Werte
$c_1 = 8$ N/cm und $c_2 = 1{,}25$ N/cm.
Der Dämpfungsbeiwert beträgt $d = 1{,}6$ Ns/cm.

a) Bestimmen Sie die Differentialgleichung $x_a = f(x_e, t)$.

b) Ermitteln Sie die Übergangsfunktion h(t).

c) Stellen Sie die Übergangsfunktion h(t) graphisch dar; tragen Sie auch die charakteristischen Kennwerte in das Diagramm ein.

Eine Regelstrecke mit der Eingangsgröße z(t) und der Ausgangsgröße x(t) wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

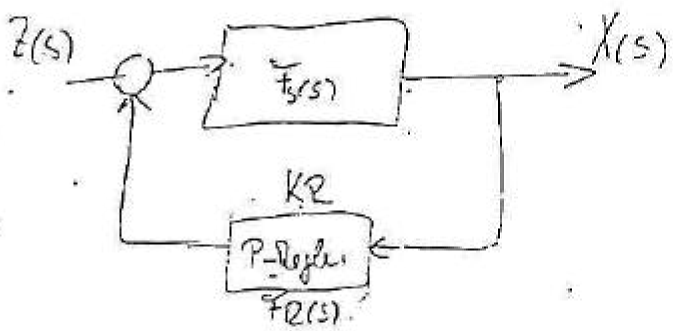
$$\dddot{x}(t) + 0{,}6\,\ddot{x}(t) + 2{,}2\,\dot{x}(t) + 2{,}6\,x(t) = z(t) + 3\,\dot{z}(t)$$

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $F_S(s)$ der Strecke.

Im weiteren wird zur Ausregelung von Störungen die Regelstrecke mit einem Proportionalregler (P-Regler) mit dem Reglerbeiwert K_R im Regelkreis betrieben.

b) Ermitteln Sie die Stör-Übertragungsfunktion $F_Z(s)$ des Regelkreises.

c) Für welche Werte des Reglerbeiwerts K_R arbeitet der Regelkreis stabil?



$$F_Z(s) = \frac{F_S}{1 + F_S \cdot F_R(s)}$$

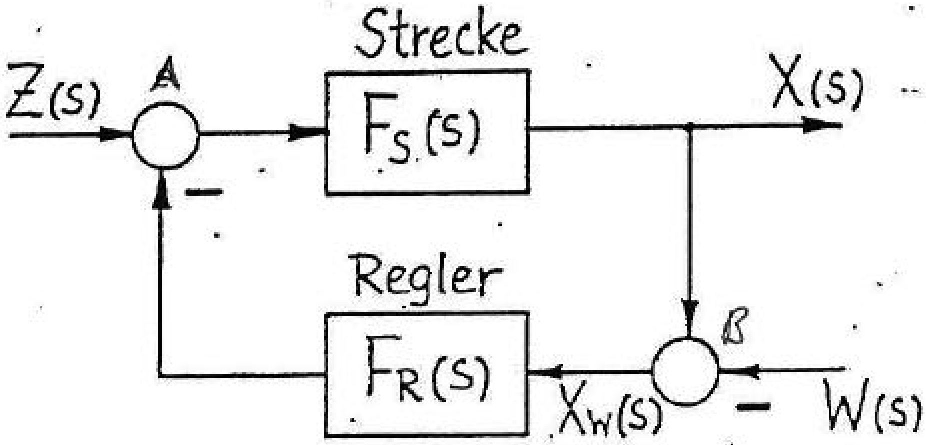
Eine Verzögerungsstrecke 2. Ordnung mit der Übertragungsfunktion

$$F_S(s) = \frac{K_S}{(1+sT)^2} \qquad \text{mit} \quad K_S = 5, \quad T = 1 \ \text{(normiert)}$$

soll mit einem (idealen) PD-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$F_R(s) = K_R(1 + s\,T_V) \qquad \text{mit} \quad T_V = T$$

im Regelkreis betrieben werden, siehe Blockschaltbild.



a) Berechnen Sie die Stör-Übertragungsfunktion $F_Z(s) = X(s)/Z(s)$ des Regelkreises in Abhängigkeit des Reglerparameters K_R.

b) Berechnen Sie die entsprechende Führungs-Übertragungsfunktion $F_W(s) = X(s)/W(s)$. $F_W = \frac{F_R \cdot F_S}{1 + F_R \cdot F_S}$ feste Formel

c) Wie muß der Reglerbeiwert K_R eingestellt werden, damit der Regelkreis den Regelfaktor $R = 0{,}05$ aufweist? $R = \frac{1}{1 + K_S K_R}$

d) Geben Sie für den aus c) ermittelten Reglerbeiwert K_R die bleibende Regelabweichung $|x_{W\infty}|$ an, wenn der Regelkreis mit der Führungsgröße $w(t) = 1(t)$ beaufschlagt wird.

ide nicht

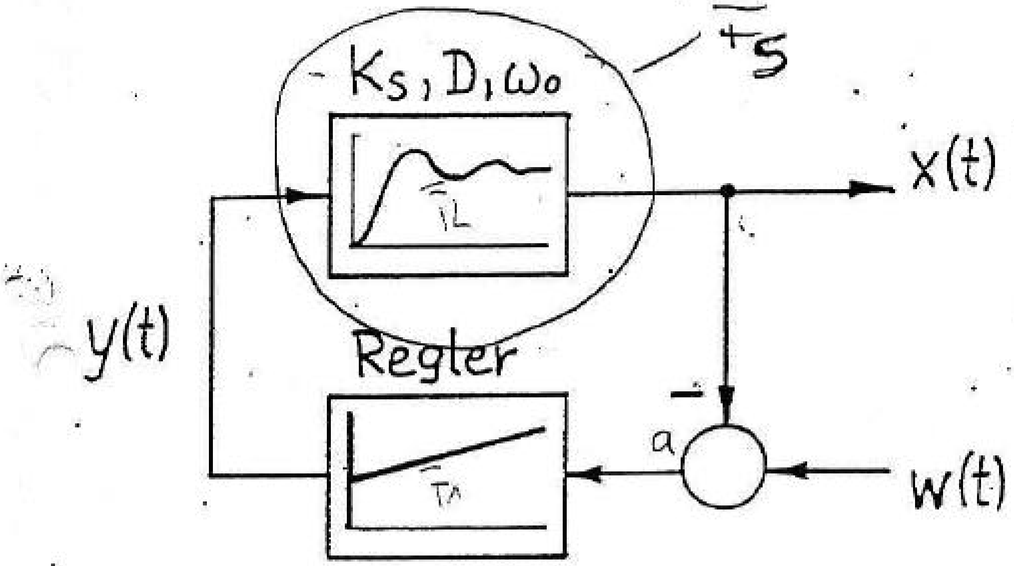
zB R, Ks gegeben KR ausrechnen

Formel $X_{W\infty} = \hat{x}_e \cdot (1 - F_W(s \to 0))$

Im abgebildeten Regelkreis wird ein PID-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$F_R(s) = K_R\left(1 + \frac{1}{sT_n} + s\,T_V\right)$$

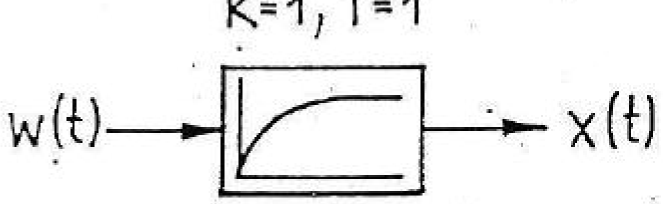
eingesetzt.



$K_S = 2$
$D = 0{,}6$
$\omega_0 = 1$

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $F_S(s)$ der Regelstrecke mit Zahlenwerten an.

Der PID-Regler soll so eingestellt werden, daß das Übertragungsverhalten des Regelkreises durch folgendes Blocksymbol beschrieben werden kann:



b) Bestimmen Sie für diese Einstellung die Reglerparameter K_R, T_n und T_V. ?

Hinweis: Aufgrund einer Zeitnormierung sind die entsprechenden Parameter dimensionslos.

Formen Sie den Ausdruck: $\frac{F_R \cdot F_S}{1+F_R \cdot F_S} = \frac{1}{\frac{1}{F_R \cdot F_S}+1}$

AT1 SS 1994 Aufgabe 1:

a) :

$$(1)\ \ A = Y_{(s)} - B$$
$$(2)\ \ B = A \cdot F_{1(s)} - X_{(s)}$$
$$(3)\ \ X_{(s)} = B \cdot F_{2(s)} \quad \Rightarrow B = \frac{X_{(s)}}{F_{2(s)}}$$
$$\text{(3) in (1)}: A = Y_{(s)} - \frac{X_{(s)}}{F_{2(s)}}$$
$$\text{(1)und (3) in (2)}: \frac{X_{(s)}}{F_{2(s)}} = Y_{(s)} \cdot F_{1(s)} - \frac{X_{(s)} \cdot F_{1(s)}}{F_{2(s)}} - X_{(s)}$$

$$X_{(s)} \cdot \left(\frac{1}{F_{2(s)}} + \frac{F_{1(s)}}{F_{2(s)}} + 1 \right) = Y_{(s)} \cdot F_{1(s)}$$
$$F_{(s)} = \frac{X_{(s)}}{Y_{(s)}} = \frac{F_{1(s)}}{\frac{1 + F_{1(s)} + F_{2(s)}}{F_{2(s)}}} = \frac{F_{1(s)} \cdot F_{2(s)}}{1 + F_{1(s)} + F_{2(s)}};$$

b) :

$$F_{(s)} = \frac{\frac{K_1 \cdot s}{(1 + s \cdot T)} \cdot \frac{K_2}{s}}{1 + \frac{K_1 \cdot s}{(1 + s \cdot T)} \cdot \frac{K_2}{s}} = \frac{K_1 \cdot K_2}{(1 + s \cdot T) + K_1 \cdot s + \frac{K_2}{s} \cdot (1 + s \cdot T)} = \frac{K_1 \cdot K_2}{\left(1 + \frac{K_2}{s}\right) \cdot (1 + s \cdot T) + K_1 \cdot s};$$

AT1 SS 1994 Aufgabe 2:

a) :

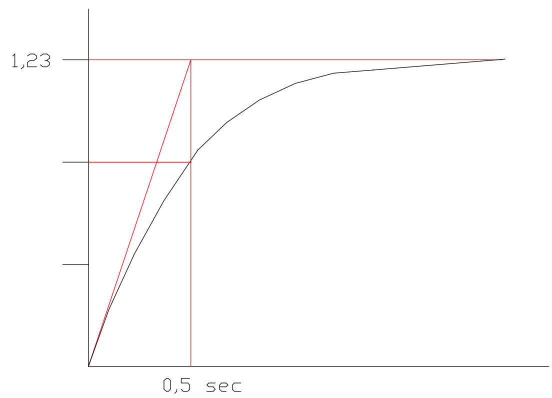
$$\text{Dämpfer}: F = d \cdot v$$
$$\text{Feder} \quad : F = c \cdot \int v \cdot dt$$
$$v = \dot{x}$$
$$\frac{a}{x'_a} = \frac{2 \cdot a}{x_a} \Rightarrow \mathrm{x}'_{\mathrm{a}} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{x}_{\mathrm{a}} \qquad F_d = d \cdot \dot{x}_a \qquad F_{c2} = c_2 \cdot x_a \qquad F_{c1} = c_1 \cdot (x_e - x'_a)$$

$$\sum M_A = 0 = -F_{c1} \cdot a + 2 \cdot F_{c2} \cdot a + 2 \cdot F_d \cdot a \Rightarrow$$
$$2 \cdot d \cdot \dot{x}_a + 2 \cdot c_2 \cdot x_a + \frac{c_1}{2} \cdot x_a = c_1 \cdot x_e$$
$$\dot{x}_a + \left(\frac{c_2}{d} + \frac{c_1}{4 \cdot d} \right) \cdot x_a = \frac{c_1}{2 \cdot d} \cdot x_e$$
$$\dot{x}_a + \left(2{,}03 \cdot \frac{1}{\sec} \right) \cdot x_a = \left(2{,}51 \cdot \frac{1}{\sec} \right) \cdot x_e;$$

b) :

$$F_{(s)} = \frac{X_{a(s)}}{X_{e(s)}} = \frac{2{,}51 \cdot \frac{1}{\sec}}{s + 2{,}03 \cdot \frac{1}{\sec}} = \frac{1{,}23}{1 + s \cdot 0{,}5 \cdot \sec}$$
$$H_{(s)} = \frac{1}{s} \cdot F_{(s)} = \frac{1{,}23}{s \cdot (1 + s \cdot 0{,}5 \cdot \sec)} = 1{,}23 \cdot \frac{1}{s \cdot (1 + s \cdot 0{,}5 \cdot \sec)}$$
$$h_{(t)} = 1{,}23 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{0{,}5 \cdot \sec}} \right);$$

c) :



AT1 SS 1994 Aufgabe 3:

a) :

$$\left(s^3 + 0{,}6 \cdot s^2 + 2{,}2 \cdot s + 2{,}6\right) \cdot X_{(s)} = (3 \cdot s + 1) \cdot Z_{(s)}$$

$$F_{s(s)} = \frac{X_{(s)}}{Z_{(s)}} = \frac{(3 \cdot s + 1)}{\left(s^3 + 0{,}6 \cdot s^2 + 2{,}2 \cdot s + 2{,}6\right)};$$

b) :

$$F_{s(s)} = \frac{(3 \cdot s + 1)}{\left(s^3 + 0{,}6 \cdot s^2 + 2{,}2 \cdot s + 2{,}6\right)}$$

$$F_{R(s)} = K_R$$

$$F_{z(s)} = \frac{F_{s(s)}}{1 + F_{s(s)} \cdot F_{R(s)}} = \frac{\dfrac{(3 \cdot s + 1)}{\left(s^3 + 0{,}6 \cdot s^2 + 2{,}2 \cdot s + 2{,}6\right)}}{1 + \dfrac{(3 \cdot s + 1)}{\left(s^3 + 0{,}6 \cdot s^2 + 2{,}2 \cdot s + 2{,}6\right)} \cdot K_R} = \frac{3 \cdot s + 1}{s^3 + 0{,}6 \cdot s^2 + 2{,}2 \cdot s + 2{,}6 + K_R \cdot (3 \cdot s + 1)};$$

c) :

$$1 + F_{s(s)} \cdot F_{R(s)} = 0$$

$$\underset{a_3}{[1]} \cdot s^3 + \underset{a_2}{[0{,}6]} \cdot s^2 + \underset{a_1}{[2{,}2 + 3 \cdot K_R]} \cdot s + \underset{a_0}{[2{,}6 + K_R]} = 0$$

1. $K_R > 0$

2.
$$a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3$$
$$[2{,}2 + 3 \cdot K_R] \cdot [0{,}6] > [2{,}6 + K_R] \cdot [1]$$
$$K_R > 1{,}6$$

$$0 < K_R > 1{,}6;$$

AT1 SS 1994 Aufgabe 4:

a) :

$$A = Z_{(s)} - B \cdot F_R$$
$$B = X_{(s)} - W_{(s)}$$
$$X_{(s)} = A \cdot F_{(s)}$$

$$\frac{X_{(s)}}{F_s} = Z_{(s)} - X_{(s)} \cdot F_R$$
$$X_{(s)} \cdot (1 + F_R \cdot F_s) = Z_{(s)} \cdot F_s$$
$$F_z = \frac{X_{(s)}}{Z_{(s)}} = \frac{F_s}{1 + F_R \cdot F_s} = \frac{\frac{5}{(1+s)^2}}{1 + \frac{5}{(1+s)^2} \cdot K_R \cdot (1+s)} = \frac{5}{(1+s) \cdot (1 + s + 5 \cdot K_R)};$$

b) :

$$A = Z_{(s)} - B \cdot F_R$$
$$B = X_{(s)} - W_{(s)}$$
$$X_{(s)} = A \cdot F_{(s)}$$

$$\frac{X_{(s)}}{F_s} = -X_{(s)} \cdot F_R - W_{(s)} \cdot F_R$$
$$X_{(s)} \cdot (1 + F_R \cdot F_s) = (-F_R \cdot F_s) \cdot W_{(s)}$$
$$F_W = \frac{X_{(s)}}{W_{(s)}} = -\frac{F_s \cdot F_R}{1 + F_R \cdot F_s} = -\frac{K_R \cdot (1+s) \cdot \frac{5}{(1+s)^2}}{1 + K_R \cdot (1+s) \cdot \frac{5}{(1+s)^2}} = -\frac{5 \cdot K_R}{5 \cdot K_R + 1 + s};$$

c) :

$$R = \frac{1}{1 + F_{R(s \to 0)} \cdot F_{s(s \to 0)}} = 0{,}05 = \frac{1}{1 + K_R \cdot 5} \Rightarrow K_R = 3{,}8;$$

d) :

$$e_{(t \to \infty)} = \hat{w} \cdot (1 - F_{w(s \to 0)})$$
$$F_{w(s \to 0)} = -\frac{5 \cdot 3{,}8}{5 \cdot 3{,}8 + 1} = -0{,}95$$
$$e_{(t \to \infty)} = \hat{w} \cdot 1{,}95;$$

AT1 SS 1994 Aufgabe 5:

a) :

$$F_s = \frac{K_s \cdot \omega_0^2}{s^2 + 2 \cdot D \cdot \omega_0 \cdot s \cdot \omega_0^2} = \frac{2}{s^2 + 1{,}2 \cdot s + 1};$$

b) :

$$F_R = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + s \cdot T_v\right)$$

$$F_w = \frac{F_s \cdot F_R}{1 + F_s \cdot F_R} = \frac{\frac{2}{s^2 + 1{,}2 \cdot s + 1} \cdot K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + s \cdot T_v\right)}{1 + \frac{2}{s^2 + 1{,}2 \cdot s + 1} \cdot K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + s \cdot T_v\right)}$$

$$= \frac{2 \cdot K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + s \cdot T_v\right)}{s^2 + 1{,}2 \cdot s + 1 + 2 \cdot K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + s \cdot T_v\right)}$$

$$\frac{1}{1+s} = \frac{2 \cdot K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + s \cdot T_v\right)}{s^2 + 1{,}2 \cdot s + 1 + 2 \cdot K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + s \cdot T_v\right)}$$

$$s^2 + 1{,}2 \cdot s + 1 + 2 \cdot K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + s \cdot T_v\right) = 2 \cdot K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_n} + s \cdot T_v\right) \cdot (1+s)$$

$$s^2 + 1{,}2 \cdot s + 1 + 2 \cdot K_R + \frac{2 \cdot K_R}{s \cdot T_n} + 2 \cdot K_R \cdot s \cdot T_v =$$

$$2 \cdot K_R + \frac{2 \cdot K_R}{s \cdot T_n} + 2 \cdot K_R \cdot s \cdot T_v + 2 \cdot K_R \cdot s + \frac{2 \cdot K_R \cdot s}{s \cdot T_n} + 2 \cdot K_R \cdot s \cdot s \cdot T_v$$

$$s^2 + 1{,}2 \cdot s + 1 = [2 \cdot K_R \cdot T_v] \cdot s^2 + [2 \cdot K_R] \cdot s + \left[\frac{2 \cdot K_R}{T_n}\right]$$

$$2 \cdot K_R \cdot T_v = 1$$

$$2 \cdot K_R = 1{,}2$$

$$\frac{2 \cdot K_R}{T_n} = 1$$

$$K_R = 0{,}6;$$

$$T_n = 1{,}2;$$

$$T_v = 0{,}8\overline{3};$$