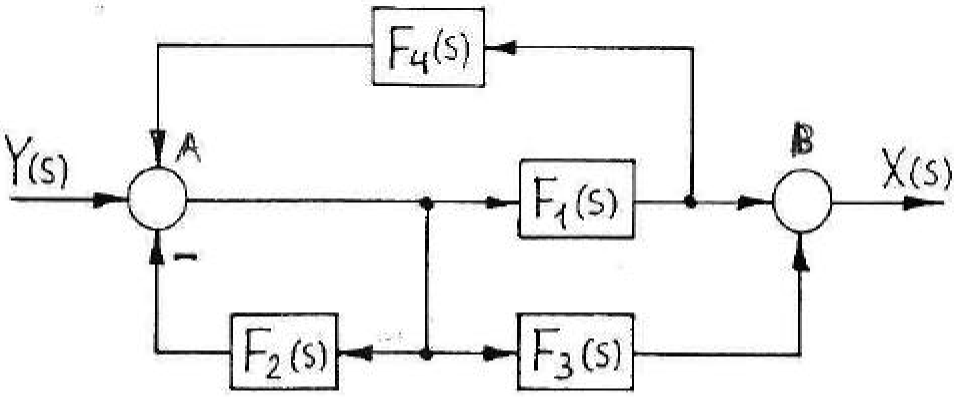
---

Eine Regelstrecke besteht aus Teilsystemen mit den Übertragungsfunktionen $F_i(s)$, i = 1 bis 4, siehe Abbildung.




a) Geben Sie die Übertragungsfunktion F(s) = X(s)/Y(s) der Regelstrecke an.

Für die weitere Rechnung sei

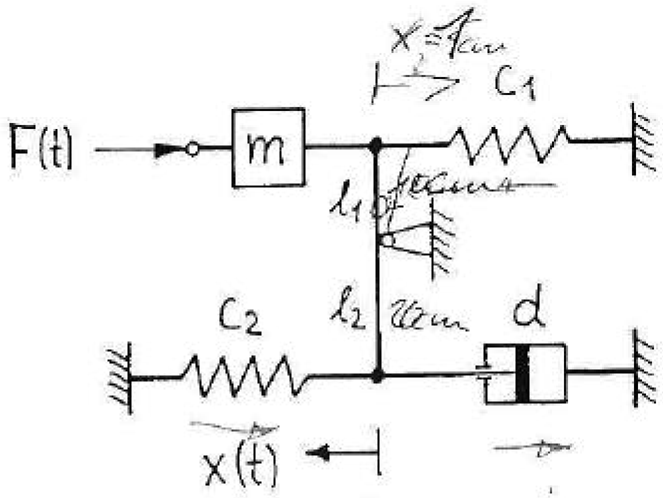
$F_1(s) = F_2(s) = 1/s$ ; $F_3(s) = 2$ ; $F_4(s) = 0{,}8$.

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion F(s) in <u>Zeitkonstantenform.</u>

Aufgabe 2 (a,b) ATI, SS 1997

---

Ein mechanisches System mit der Kraft F(t) als Eingangsgröße und dem Weg x(t) als Ausgangsgröße hat den dargestellten Aufbau.




m = Masse

$c_1$, $c_2$ = Federsteifigkeiten

d = Dämpfungsbeiwert

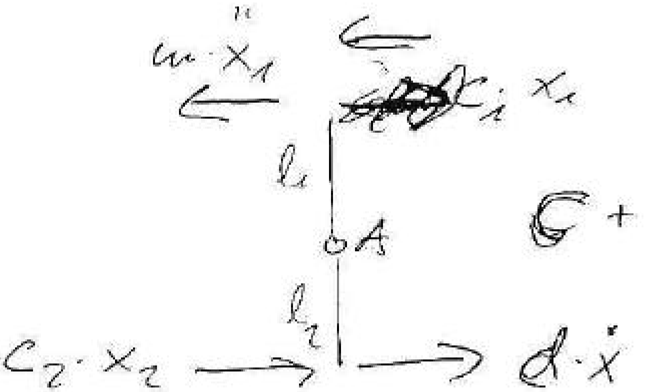
$l_1$, $l_2$ = Hebellängen

$\sin\alpha = 0{,}1$

a) Ermitteln Sie die Differentialgleichung x = f(F, t).

Für die folgende Rechnung sei $c_1 = c_2 = c = 18$ N/cm ;
$l_1 = l_2$ ; $d = 3$ Ns/cm ; $m = 0{,}12$ Ns$^2$/cm.

b) Bestimmen Sie die Dämpfung D und die Eigenkreisfrequenz $\omega_0$ des Systems.




$$\Sigma M_A = 0 = m \cdot \ddot{x}_1 \cdot l_1 + c_1 \cdot x_1 \cdot l_1 + c_2 \cdot x_2 \cdot l_2 + d \cdot \dot{x} \cdot l_2$$

$$\Rightarrow l_1 m \cdot \ddot{x}_1 + l_2 \cdot d \cdot \dot{x} + [c_1 \cdot l_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot l_2 \cdot x_2] = 0$$

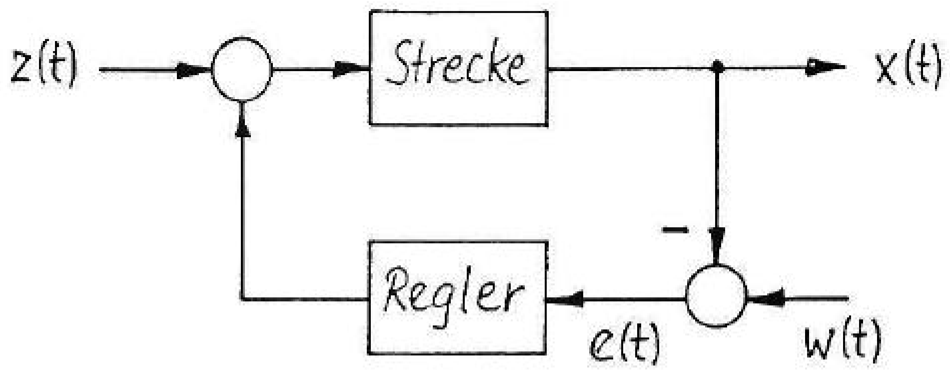
$$\Rightarrow \ddot{x}_1 + \frac{l_2 \cdot d}{l_1 \cdot m} \cdot \dot{x} + \frac{l_1 \cdot c_1}{l_1 \cdot m} \cdot x_1 + \frac{l_2 c_2}{l_1 \cdot m} \cdot x_2 = 0$$

Aufgabe 3 (a,b) AT1, SS 1997

---

Ein Regelkreis besteht aus einer Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $F_S(s)$ und einem Proportionalregler (P-Regler) mit dem Reglerbeiwert $K_R = 2{,}5$.
Als Stör-Übergangsfunktion wird $h_Z(t) = 0{,}4 \cdot [1 - \exp(-t/1{,}6)]$ ermittelt.

Alle Zeiten sind normiert und damit dimensionslos.




18 P

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion $F_S(s)$ der Regelstrecke?

b) Auf den Regelkreis wird die sprungförmige Führungsgröße $w(t) = \hat{w} \cdot 1(t)$ geschaltet.
Ermitteln Sie den stationären Regelfehler $|e(t \to \infty)|$.

Aufgabe 4 (a,b,c) AT1, SS 1997

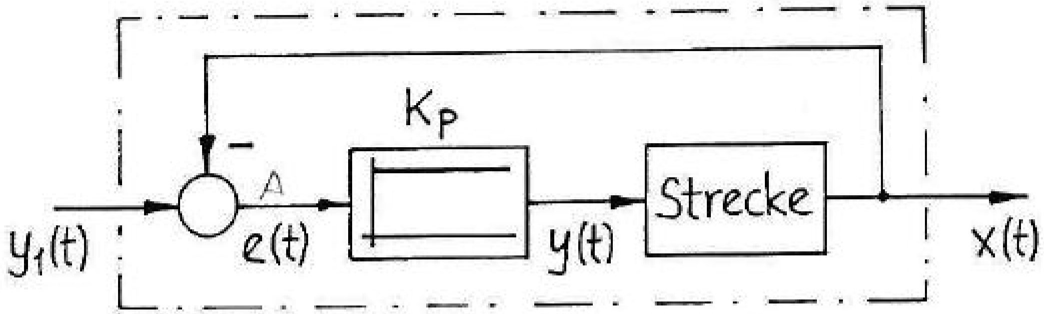
---

Eine Regelstrecke hat die Übertragungsfunktion

$$F_S(s) = X(s)/Y(s) = \frac{8\,s + 1}{2 \cdot s^3 + s^2 + 4 \cdot s + 5} .$$

a) Ist die Strecke stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

Die Strecke wird jetzt über ein P-Glied mit dem Proportionalbeiwert $K_P$ rückgekoppelt, siehe Abbildung.




20P

b) Bestimmen Sie die Werte für den Proportionalbeiwert $K_P$, für die das System gemäß Abbildung stabil ist.

c) Wie groß ist für $K_P = 7$ der stationäre Wert $|e(t \to \infty)|$, wenn die Eingangsgröße $y_1(t) = \hat{y} \cdot 1(t)$ aufgeschaltet wird?

## AT1 SS 1997 Aufgabe 1:

**a) :**

(1) $A = Y_{(s)} + A \cdot F_{1(s)} \cdot F_{4(s)} - A \cdot F_{2(s)}$

(2) $B = A \cdot F_{1(s)} + A \cdot F_{3(s)}$

(3) $B = X_{(s)}$

Aus (2) und (3) : $\dfrac{X_{(s)}}{F_{1(s)} + F_{3(s)}} = A$

Aus (1) : $Y_{(s)} = A \cdot \left(1 + F_{2(s)} - F_{1(s)} \cdot F_{4(s)}\right)$

$$\frac{Y_{(s)}}{\left(1 + F_{2(s)} - F_{1(s)} \cdot F_{4(s)}\right)} = \frac{X_{(s)}}{F_{1(s)} + F_{3(s)}}$$

$$F_{(s)} = \frac{X_{(s)}}{Y_{(s)}} = \frac{F_{1(s)} + F_{3(s)}}{\left(1 + F_{2(s)} - F_{1(s)} \cdot F_{4(s)}\right)};$$

**b) :**

$$F_{(s)} = \frac{F_{1(s)} + F_{3(s)}}{\left(1 + F_{2(s)} - F_{1(s)} \cdot F_{4(s)}\right)} = \frac{\frac{1}{s} + 2}{1 + \frac{1}{s} - 0{,}8 \cdot \frac{1}{s}} = \frac{1 + 2 \cdot s}{0{,}2 + s} = \frac{5 + s \cdot 10}{1 + s \cdot 5};$$

**AT1 SS 1997 Aufgabe 2:**

**a) :**

$$\text{Dämpfer}: F = d \cdot v$$
$$\text{Feder} \quad : F = c \cdot \int v \cdot dt$$
$$\text{Masse} \quad : v = \frac{1}{m} \cdot \int F \cdot dt$$
$$v = \dot{x}$$
$$x_2 = \frac{l_1}{l_2} \cdot x \qquad F_d = d \cdot \dot{x} \qquad F_{c1} = c_1 \cdot x_2 \qquad F_{c2} = c_2 \cdot x$$
$$\ddot{x}_2 = \frac{1}{m} \cdot (F - F_d - F_{c1} - F_{c2})$$
$$m \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \ddot{x} + d \cdot \dot{x} + \left( c_1 \cdot \frac{l_1}{l_2} + c_2 \right) \cdot x = F;$$

**b) :**

$$m \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \ddot{x} + d \cdot \dot{x} + \left( c_1 \cdot \frac{l_1}{l_2} + c_2 \right) \cdot x = F$$
$$m \cdot \ddot{x} + d \cdot \dot{x} + 2 \cdot c \cdot x = F$$
$$\ddot{x} + \frac{d}{m} \cdot \dot{x} + \frac{2 \cdot c}{m} \cdot x = \frac{1}{m} F$$
$$\text{Werte einsetzen}: \ \ddot{x} + \left[ 25 \cdot \frac{1}{s} \right] \cdot \dot{x} + \left[ 300 \cdot \frac{1}{s^2} \right] \cdot x = \left[ \frac{1}{0{,}12} \cdot \frac{cm}{N \cdot s^2} \right] \cdot F$$
$$\text{Koeff. vergleich}: \ \ddot{x} + [2 \cdot D \cdot \omega_0] \cdot \dot{x} + [\omega_0^2] \cdot x = [K \cdot \omega_0^2] \cdot F$$

$$\omega_0 = \sqrt{300 \cdot \frac{1}{s^2}} = 17{,}32 \cdot \frac{1}{s};$$
$$D = \frac{25 \cdot \frac{1}{s}}{2 \cdot 17{,}32 \cdot \frac{1}{s}} = 0{,}722;$$
$$K = \frac{\frac{1}{0{,}12} \cdot \frac{cm}{N \cdot s^2}}{300 \cdot \frac{1}{s^2}} = 0{,}0278 \cdot \frac{cm}{N};$$

**(Bewegungsgleichung mit Prinzip von d' Alembert auch möglich!)**

**AT1 SS 1997 Aufgabe 3:**

**a) :**

$$h_{z(t)} = 0{,}4 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{1{,}6}}\right) \Rightarrow H_{z(s)} = 0{,}4 \cdot \frac{1}{s \cdot (1 + s \cdot 1{,}6)} = \frac{0{,}4}{s \cdot (1 + s \cdot 1{,}6)}$$

$$F_{z(s)} = s \cdot H_{z(s)} = \frac{0{,}4}{s \cdot (1 + s \cdot 1{,}6)} \cdot s = \frac{0{,}4}{(1 + s \cdot 1{,}6)}$$

$$F_{R(s)} = K_R = 2{,}5$$

$$F_{z(s)} = \frac{F_{s(s)}}{1 + F_{R(s)} \cdot F_{s(s)}} \Rightarrow$$

$$F_{s(s)} = \frac{F_{z(s)}}{1 - F_{z(s)} \cdot F_{R(s)}} = \frac{\frac{0{,}4}{(1 + s \cdot 1{,}6)}}{1 - \frac{0{,}4}{(1 + s \cdot 1{,}6)} \cdot 2{,}5} = \frac{\frac{0{,}4}{(1 + s \cdot 1{,}6)}}{A}$$

$$A = 1 - \frac{0{,}4}{(1 + s \cdot 1{,}6)} \cdot 2{,}5 = \frac{(1 + s \cdot 1{,}6) - 1}{(1 + s \cdot 1{,}6)} = \frac{s \cdot 1{,}6}{(1 + s \cdot 1{,}6)}$$

$$F_{s(s)} = \frac{0{,}4}{(1 + s \cdot 1{,}6)} \cdot \frac{(1 + s \cdot 1{,}6)}{s \cdot 1{,}6} = \frac{0{,}25}{s};$$

**b) :**

$$e_{(t \to \infty)} = \hat{w} \cdot \left[1 - F_{w(s \to 0)}\right]$$

$$F_{w(s)} = \frac{F_{R(s)} \cdot F_{s(s)}}{1 + F_{R(s)} \cdot F_{s(s)}} = \frac{2{,}5 \cdot \frac{0{,}25}{s}}{1 + 2{,}5 \cdot \frac{0{,}25}{s}} = \frac{0{,}625}{s} \cdot \frac{s}{s + 0{,}625} = 1$$

$$F_{w(s \to 0)} = 1$$

$$\Rightarrow e_{(t \to \infty)} = \hat{w} \cdot \left[1 - F_{w(s \to 0)}\right] = \hat{w} \cdot [1 - 1] = 0;$$

**AT1 SS 1997 Aufgabe 4:**

**a) :**

$$F_s = \frac{8 \cdot s + 1}{2 \cdot s^3 + s^2 + 4 \cdot s + 5}$$

1. Hurwitz OK

2. Hurwitz : $a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 > 0$

$$4 \cdot 1 - 5 \cdot 2 > 0$$

falsch! => unstabil!

**b) :**

$$F_R = K_p$$

$$A = y_1 - x$$
$$x = A \cdot K_p \cdot F_s$$

$$\frac{x}{K_p \cdot F_s} = y_1 - x$$
$$\left(\frac{1}{K_p \cdot F} + 1\right) \cdot X = Y$$

$$F_s = \frac{1}{\frac{1}{K_p \cdot F} + 1} = \frac{1}{1 + K_p \cdot F_s};$$

$$1 + K_p \cdot F_s = 0$$
$$1 + K_p \cdot \frac{8 \cdot s + 1}{2 \cdot s^3 + s^2 + 4 \cdot s + 5} = 0$$

Hurwitz :

1. $\mathrm{K_p} > 0;$

2.

$$2 \cdot s^3 + s^2 + 4 \cdot s + 5 + 8 \cdot K_p \cdot s + K_p = 0$$
$$[2] \cdot s^3 + [1] \cdot s^2 + [4 + 8 \cdot K_p] \cdot s + [5 + K_p] = 0$$
$$a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3$$
$$4 + 8 \cdot K_p > 10 + 2 \cdot K_p$$
$$K_p > 1;$$
$$0 > K_p > 1;$$