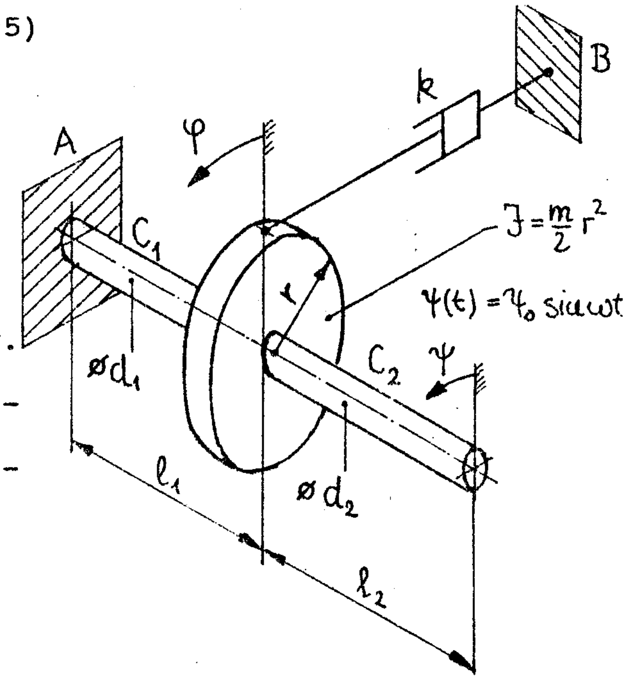
Name, Vorname:
Matrikel-Nr.:

Fachhochschule Mannheim Fachbereich Maschinenbau Prof. Dr.-Ing. H. Bräutigam	Maschinendynamik 2. Übung SS 2003	Freiwillige Übung Blatt 1/2

Aufgabe MD-ES1 6 (Abschlußklausur SS 95)

Die **Scheibe** des skizzierten Torsionsschwingers wird über den Drehstab C_2, dessen Endpunkt mit $\psi(t)=\psi_0 \sin\omega t$ bewegt wird, zu kleinen Schwingungen φ angeregt. Die Drehstäbe sind für $\varphi=\psi=0$ spannungslos, und dürfen als masselos betrachtet werden.



1. Man ermittle die **Bewegungsgleichung**.

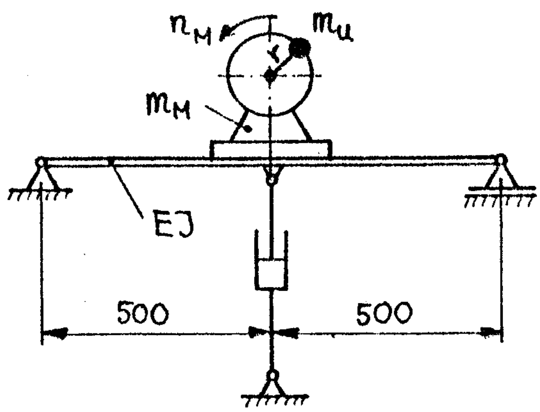
2. Mit den unten angegebenen Zahlenwerten berechne man die **Eigenkreisfrequenz** der freien, gedämpften Schwingungen ($\psi=0$).

   $m=40$ kg, $r=200$ mm, $k=2800$ Ns/m,
   $l_1=l_2=400$ mm, $d_1=d_2=40$ mm,
   $G=81000$ N/mm^2.

Lösung: 1. $\ddot{\varphi}+2\frac{k}{m}\dot{\varphi}+\frac{2}{mr^2}(C_1+C_2)\varphi=\frac{2C_2}{mr^2}\psi_0 \sin\omega t$, 2. $\nu_0=349\ s^{-1}$.

Aufgabe MD-ES1 8 (Abschlußklausur SS 97)

Auf dem elastischen Träger (Masse vernachlässigt) befindet sich ein Motor mit Restunwucht m_u, die das System zu vertikalen Schwingungen anregt. Der mittig angebrachte Dämpfer arbeite linear viskos. Es gelte:



$m_M=12$ kg	(Motormasse, ohne Unwucht),
$m_u=2$ kg	(Unwuchtmasse),
$r=5$ mm	(Hebelarm der Unwucht),
$EI=2*10^{12}$ Nmm^2	(Biegesteife des Trägers).

1. Man ermittle die Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems.

2. Wie groß ist das Lehrsche Dämpfungsmaß D, wenn durch Zuschaltung der Dämpfung die Schwingungsdauer T um 1 % vergrößert wird ?

3. Für eine Motordrehzahl $n_M=1500\ \text{min}^{-1}$ und eine Dämpfung D=0,1 berechne man die Amplitude der Zwangsschwingung.

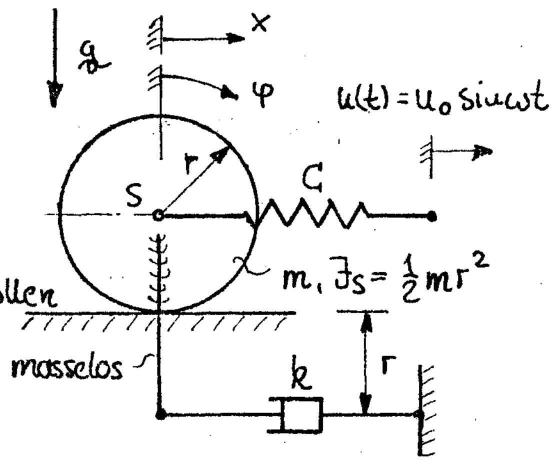
Lösung: 1. $\omega_0=2618\ s^{-1}$; 2. $D=0{,}140$; 3. $\hat{x}=2{,}58\cdot10^{-3}$ mm .

Name, Vorname:
Matrikel-Nr.:

Fachhochschule Mannheim Fachbereich Maschinenbau Prof. Dr.-Ing. H. Bräutigam	**Maschinendynamik** **2. Übung** SS 2003	**Freiwillige Übung** Blatt 2/2

Aufgabe MD-ES1 12 (Abschlussklausur SS 01)

Die in der Lage $x=\varphi=0$ skizzierte Walze soll stets auf der Unterlage abrollen. Sie wird über eine Feder (Federkonstante C, spannungslos für $x=u=0$) zu Schwingungen angeregt. An der mit der Walze fest verbundenen masselosen Stange greift ein linear viskoser Dämpfer (Dämpferkonstante k) an.



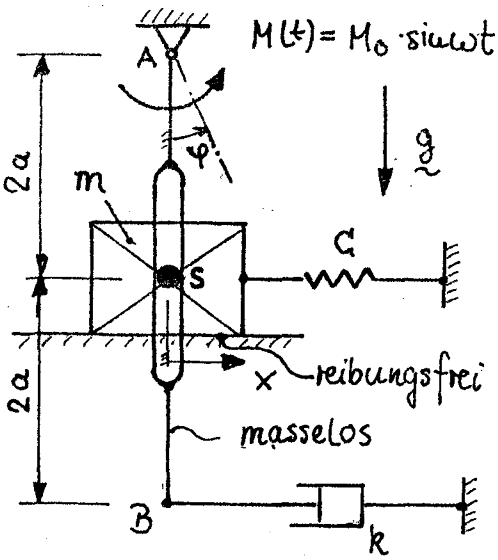
1. Für kleine Bewegungen ermittle man die Bewegungsgleichung in der x-Koordinate.

2. Mit den unten angegebenen Zahlenwerten berechne man die Größe der Zwangssschwingungsamplitude X.
   Zahlenwerte: $\eta=2$, $C=1000$ N/m, $m=5$ kg,
   $k=35$ kg/s, $u_0=10$ mm.

Lösung: 1. $\ddot{x} + \frac{2}{3}\cdot\frac{k}{m}\cdot\dot{x} + \frac{2}{3}\cdot\frac{C}{m}\cdot x = \frac{2}{3}\cdot\frac{C}{m}\cdot u_0\cdot\sin\omega t$ 2. $\hat{x} = 3{,}22$ mm

Aufgabe MD-ES1 13 (Abschlussklausur WS 01/02)

Der Klotz der Masse m wird indirekt durch das an der masselosen Stange AB angreifende Moment $M(t)=M_0\sin\omega t$ zu kleinen Schwingungen angeregt. Die Feder (Federkonstante C) sei für $x=\varphi=0$ spannungslos, der Dämpfer (Dämpferkonstante k) arbeite linear viskos.



1. Für kleine Bewegungen ermittle man die Bewegungsgleichung in der x-Koordinate.

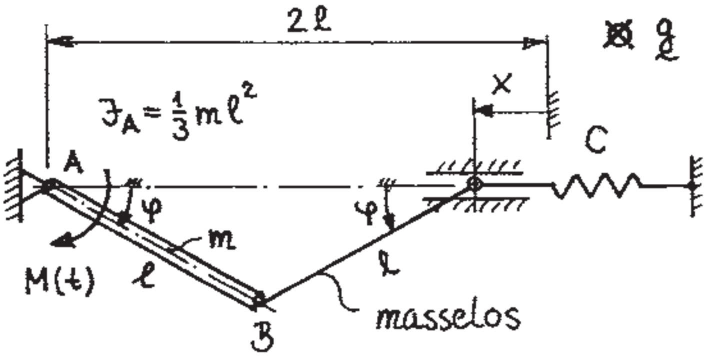
2. Mit den unten angegebenen Zahlenwerten berechne man das Lehrsche Dämpfungsmaß D.

   Zahlenwerte: $C=800$ N/m, $m=4$ kg, $a=0{,}2$ m,
   $\omega=20\ s^{-1}$, $M_0=10$ Nm, $X=20$ mm
   (Zwangsschwingungsamplitude)

Lösung: 1. $\ddot{x} + 4\frac{k}{m}\dot{x} + \frac{C}{m}x = \frac{M_0}{2am}\cdot\sin\omega t$ 2. $D = 0{,}425$

<u>Aufgabe MD-ES1 15</u> (Abschlussklausur SS 03)

Der in A drehbar gelagerte Stab ist über eine geführte masselose Stange mit einer Feder (Federkonstante C) verbunden, die in der Lage $x=\varphi=0$ eine Vorspannkraft F_0 (Zugkraft) aufweist. Das am Stab angreifende Moment M(t) regt das System zu Schwingungen an. Es werden <u>keine kleinen Bewegungen</u> vorausgesetzt.



$M(t) = M_0 \cdot \sin\omega t$

1. Über die Geometrie ermittle man den Zusammenhang $x(\varphi)$.

2. Man gebe die Bewegungsgleichung in der φ-Koordinate an.

3. Man linearisiere die Bewegungsgleichung und berechne die Zwangsschwingungsamplitude Φ für folgende Zahlenwerte:

   M_0=80 Ncm, ω=5 s^{-1}, l=30 cm, F_0=30 N, m=6kg.

<u>Lösung:</u> 1. $x(\varphi) = 2\ell(1-\cos\varphi)$; 2. $\ddot{\varphi} + 6\frac{\sin\varphi}{m\ell}\left[F_0 + 2C\ell(1-\cos\varphi)\right] = \frac{3M_0}{m\ell^2}\sin\omega t$;

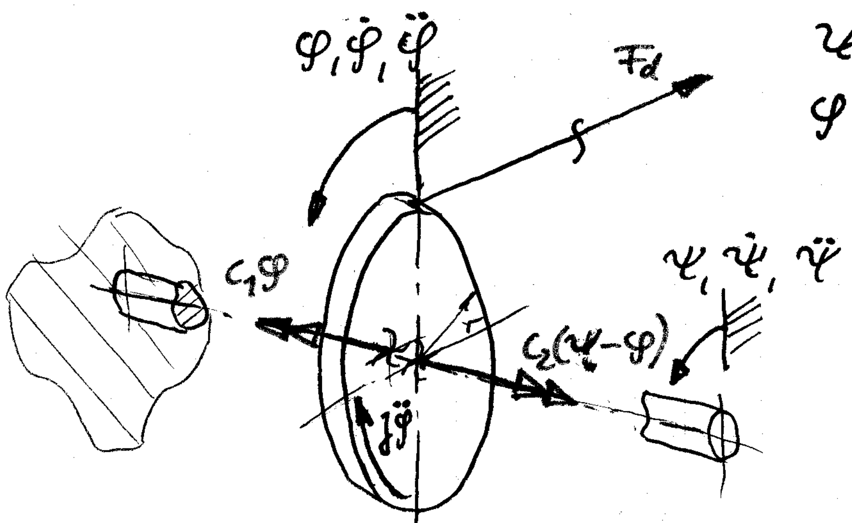
3. $\Phi = 0{,}0592$ rad $= 3{,}39°$

MD-ES1 6:

Annahme:

$\psi > \varphi$

$\varphi \ll 1$



1) $\underline{\sum M_S = 0 = -c_1\varphi - J\ddot{\varphi} - F_d r + c_2(\psi - \varphi)}$

$F_d = k r \dot{\varphi} \quad ; \quad J = \frac{m}{2} r^2$

$\Rightarrow -c_1\varphi - \frac{m}{2} r^2 \ddot{\varphi} - k r^2 \dot{\varphi} + c_2\psi - c_2\varphi = 0$

$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{2k}{m}\dot{\varphi} + \frac{2}{mr^2}(c_1 + c_2)\varphi - \frac{2c_2}{mr^2}\psi = 0$

$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{2k}{m}\dot{\varphi} + \frac{2(c_1+c_2)}{mr^2}\varphi = \frac{2c_2}{mr^2}\psi \;;$

$\psi = \psi(t) = \psi_0 \sin\omega t$

$\Rightarrow$ <u>BGL</u>: $\underline{\underline{\ddot{\varphi} + \frac{2k}{m}\dot{\varphi} + \frac{2(c_1+c_2)}{mr^2}\varphi = \frac{2c_2}{mr^2}\psi_0 \sin\omega t}}$

(inhomogene DGL 2. Ordnung)

2) freie Schwingung $\Rightarrow$ homogene DGL für $\psi = 0$

$$\Rightarrow \ddot{\varphi} + \frac{2k}{m}\dot{\varphi} + \frac{2(c_1+c_2)}{mr^2}\varphi = 0$$

Interpretation der DGL:

$$\ddot{\varphi} + 2\delta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0$$

Koeffizientenvergleich:

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2(c_1+c_2)}{mr^2}} \qquad \delta = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow \nu_0 = \sqrt{\frac{2(c_1+c_2)}{mr^2} - \frac{k^2}{m^2}};$$

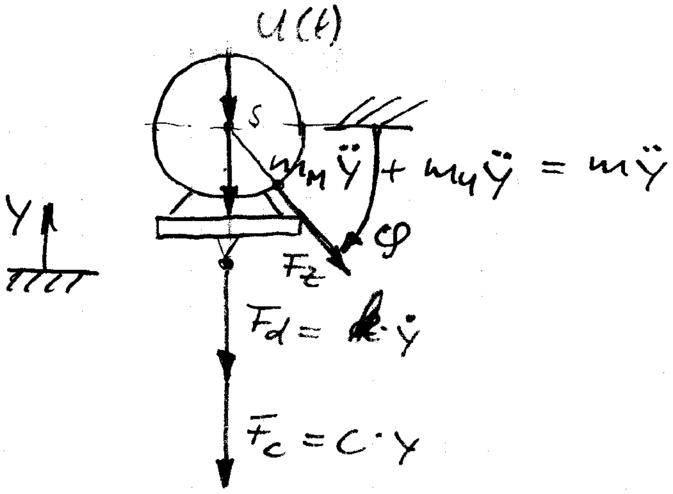
$$c_1 = c_2 = \frac{G \cdot I_t}{\ell} \quad ; \quad I_t = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\Rightarrow \nu_0 = \sqrt{\frac{G\pi d^4}{8\ell m r^2} - \frac{k^2}{m^2}}$$

$$\Rightarrow \nu_0 = \sqrt{\frac{81 \cdot 10^3 \cancel{N} \cdot \pi \cdot 0{,}04^4 \cancel{m^4}}{10^{-6}\cancel{m^2} \cdot 8 \cdot 0{,}4\cancel{m} \cdot 40\cancel{kg} \cdot 92^2 \cancel{m^2}}\ \mathrm{s^{-2}} - \frac{2800^2 \cancel{N^2} \cancel{s^2}}{40^2 \cancel{kg^2}\frac{\cancel{m^2}}{s^2}}}$$

$$\underline{\underline{\nu_0 = 349{,}8\ \frac{1}{s}}}$$

MD – ES1 8:



1.) $\sum F_{Y_1} = 0 = -m\ddot{y} - cy$

$\Rightarrow$ BGL$_1$: $\quad 0 = \ddot{y} + \frac{c}{m}\cdot y \quad ; \quad m = m_M + m_U$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad ; \quad y = \frac{F_c\cdot l^3}{48EI} \Rightarrow F_c = \underbrace{\frac{48EI}{l^3}}_{c}\cdot y = c\cdot y$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{48EI}{m\,l^3}} = \sqrt{\frac{48\cdot 2\cdot 10^{12}\,\cancel{N}\,\cancel{mm^2}\cdot 1000}{14\,\cancel{kg}\cdot 1000^3\,\cancel{mm^3}\,s^2}} = 2618{,}6\ \frac{1}{s}$$

2.) $\sum F_{Y_2} = 0 = -m\ddot{y} - k\cdot\dot{y} - cy$

$\Rightarrow$ BGL$_2$: $\quad 0 = \ddot{y} + \frac{k}{m}\dot{y} + \frac{c}{m}y$

$$\Rightarrow \frac{k}{m} = 2\delta\omega_0 = 2\delta\sqrt{\frac{c}{m}} \quad ; \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\nu_0 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\nu_0} \quad ; \quad T = 1{,}01\,T_0$$

$$\frac{\cancel{2\pi}}{\nu_0} = 1{,}01\,\frac{\cancel{2\pi}}{\omega_0} \quad ; \quad \nu_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = 1{,}01\,\nu_0 = 1{,}01\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\Rightarrow \omega_0^2 = 1{,}01^2\,\omega_0^2 - \delta^2$$

$$\Rightarrow \delta^2 = (1{,}01^2 - 1)\,\omega_0^2 \quad ; \quad D = \frac{\delta}{\omega_0}$$

$$\Rightarrow D = \sqrt{1{,}01^2 - 1} = 0{,}142$$

3.) $\underline{\Sigma F_{y3} = 0 = -m\ddot{y} - k\dot{y} - cy = -u(t)}$

$u(t) = F_Z \sin\varphi; \quad F_Z = m_u r\omega^2; \quad \varphi = \omega t$

$\Rightarrow 0 = -m\ddot{y} - k\dot{y} - cy = -m_u r\omega^2 \sin\omega t$

$\Rightarrow$ DGL$_3$: $\underline{\underline{0 = \ddot{y} + \frac{k}{m}\dot{y} + \frac{c}{m}y = \frac{m_u r\omega^2}{m}\sin\omega t}}$

Zuordnung der DGL:

$$\underline{0 = \ddot{y} + 2D\omega_0 + \omega_0^2 y = \frac{P_0}{m}\sin(\omega t)}$$

Koeffizientenvergleich:

$\underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}}$; $c = \frac{48EI}{l^3} = \frac{48 \cdot 2 \cdot 10^{12} N \cdot 10^{-6} \cancel{m^2}}{1^3 \cancel{m^3}} = \underline{\underline{96 \cdot 10^6 \frac{N}{m}}}$

$\underline{\frac{k}{m} = 2D\omega_0 = 2D\sqrt{\frac{c}{m}}}$

$\underline{P_0 = m_u r\omega^2}$; $\omega = 2\pi n_M$

$\underline{\eta = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{2\pi n_M}{\sqrt{\frac{c}{m}}}}$

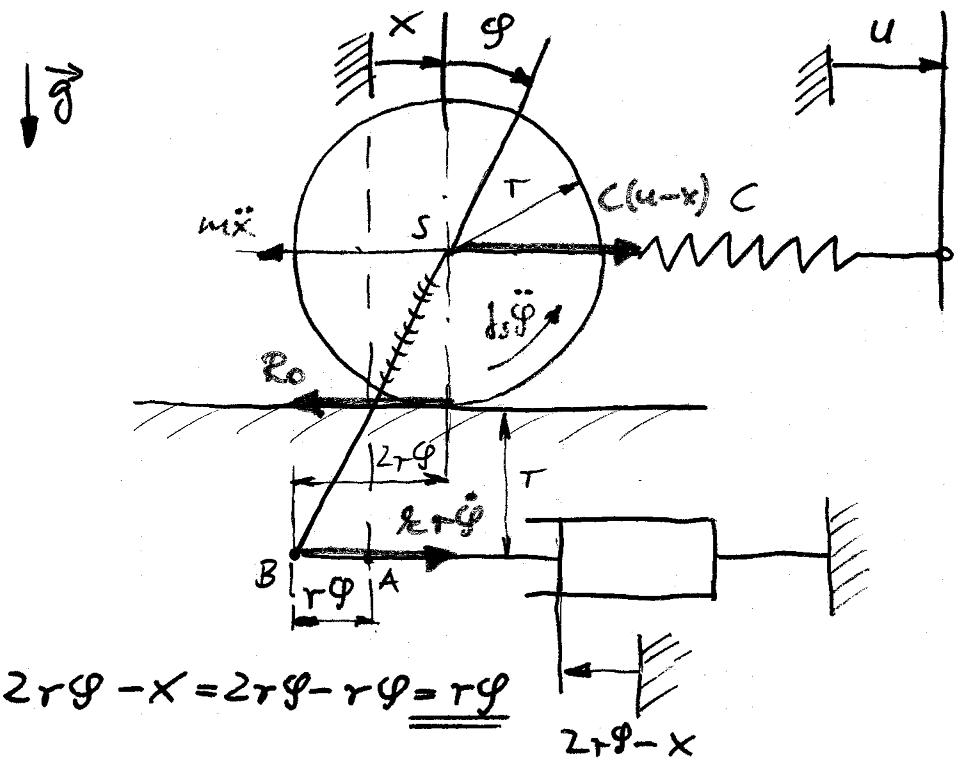
$$\Rightarrow X = \frac{m_u \cdot r}{m} \cdot \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$

$$\Rightarrow X = \frac{m_u \cdot r}{m} \cdot \frac{4\pi^2 n_M^2}{\frac{c}{m}\sqrt{\left(1 - \frac{4\pi^2 n_M^2}{\frac{c}{m}}\right)^2 + \left(2D\frac{2\pi n_M}{\sqrt{\frac{c}{m}}}\right)^2}}$$

$$X = \frac{2\cancel{kg} \cdot 5\,mm}{14\cancel{kg}} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \left(\frac{1500}{60 s}\right)^2}{\frac{96 \cdot 10^6}{14 s^2}\sqrt{\left(1 - \frac{4\pi^2 \cdot 625}{\frac{96 \cdot 10^6}{14}}\right)^2 + \left(2 \cdot 0{,}1\frac{2\pi \cdot 25}{\sqrt{\frac{96 \cdot 10^6}{14}}}\right)^2}}$$

$\underline{\underline{X = 2{,}57 \cdot 10^{-3}\,mm}}$

MD - ES1 12: Annahme: $u > x$; φ, x, u klein



$$\overline{AB} = 2r\varphi - x = 2r\varphi - r\varphi = \underline{\underline{r\varphi}}$$

1) $\sum M_S = 0 = -J_S\ddot{\varphi} + R_0 r - kr\dot{\varphi}\cdot 2r$

$\sum F_x = 0 = -m\ddot{x} - R_0 + c(u-x) + kr\dot{\varphi}$

$\Rightarrow R_0 = -m\ddot{x} + cu - cx + kr\dot{\varphi}$

$\Rightarrow 0 = -J_S\ddot{\varphi} - mr\ddot{x} + cru - crx + kr^2\dot{\varphi} - 2kr^2\dot{\varphi} \,\Big|\, \frac{1}{r}$;

$J_S = \frac{1}{2}mr^2$; $\dot{\varphi} = \frac{\dot{x}}{r}$; $\ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}}{r}$

$\Rightarrow 0 = -\frac{3}{2}m\ddot{x} + cu - cx - k\dot{x}$

$\Rightarrow -\frac{3}{2}m\ddot{x} - cx - k\dot{x} = -cu \quad \Big|\left(-\frac{2}{3m}\right)$

$\Rightarrow \quad \ddot{x} + \frac{2k}{3m}\dot{x} + \frac{2c}{3m}x = \frac{2c}{3m}u$; $u = u_0 \sin\omega t$

$\Rightarrow$ BGL: $$\ddot{x} + \frac{2k}{3m}\dot{x} + \frac{2c}{3m}x = \frac{2c}{3m}u_0\sin\omega t$$

(inhomogene DGL 2. Ordnung)

2) Interpretation der DGL:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = p \sin\omega t$$

Koeffizienten-Vergleich:

$$\omega_0^2 = \frac{2c}{3m}$$

$$2\delta = 2D\omega_0 = \frac{2k}{3m}$$

$$\Rightarrow D = \frac{k}{3m\omega_0} = \frac{k}{3m}\sqrt{\frac{3m}{2c}} = \sqrt{\frac{k^2}{6cm}}$$

$$p = \frac{2c}{3m}u_0 = \omega_0^2 u_0$$

$$X = \frac{p}{\omega_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$

$$\Rightarrow X = \frac{\cancel{\omega_0^2} u_0}{\cancel{\omega_0^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot \frac{k^2}{6cm} \cdot \eta^2}}$$

$$\Rightarrow X = 10\,mm \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-4)^2 + 4 \cdot \frac{35^2\,\cancel{kg^2}\,\cancel{s^2}\,\cancel{m}}{\cancel{s^2} \cdot 6000\,\cancel{kg} \cdot \cancel{m} \cdot 5\,\cancel{kg}} \cdot 4}}$$

$$\Rightarrow X = 3{,}219\,mm$$