Name	Vorname	Matrikelnummer

Klausur Mathematik 1

Termin: 28.01.2002

Studiengang M

Dozentin: Chr. Vandaele

Hinweise:

1. Die maximale Bearbeitungszeit beträgt 120 Min.
2. Erlaubte Hilfsmittel: nicht-programmierbarer Taschenrechner, Formelsammlung und Aufzeichnungen.
3. Zur vollständigen Lösung jeder Aufgabe gehört der Lösungsweg. Ansatz und Weg werden bewertet, das Ergebnis dagegen nur zu einem geringen Teil.
4. Fangen Sie bitte für jede Aufgabe eine neue Seite an.
5. Verwenden Sie bitte keinen Bleistift.
6. Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Klausur!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Gesamtpunktzahl	Note
Punkte									

Aufgabe 1

Lösen Sie folgende Gleichungen nach x auf:

a) $3\tan x = 5\cot x$, $\quad 0 \le x \le 2\pi$

b) $\frac{1}{2}\lg x = -\lg 8 + \lg\left(\frac{1}{5}x - 1\right) + 1$

Aufgabe 2

Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{x}$ $\qquad$ b) $\lim\limits_{n\to\infty} n \cdot \left(\frac{4n-1}{n+3} - 4\right)$

Aufgabe 3

a) An welcher Stelle x_0 haben die Graphen von $f(x) = x^2 + x$ und $h(x) = \ln(x^2+1)$ parallele Tangenten? Stellen Sie die Gleichungen der Tangenten auf.

b) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \le 1 \\ ax^2 + bx + c, & x > 1 \end{cases}$

Bestimmen Sie a,b und c so, dass $f(2) = 0$ gilt und $f(x)$ an der Stelle $x = 1$ differenzierbar ist.

Aufgabe 4

a) Man bestimme die Werte von a und b, für welche die Funktion $y = a\ln x + bx^2 + x$ in den Punkten $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$ Extrema hat. Zeigen Sie, dass die gegebene Funktion für diese Werte von a und b an der Stelle x_1 ein Minimum und an der Stelle x_2 ein Maximum hat.

b) Sei $f(x) = \sqrt[3]{9 - x^2}, -3 \le x \le 3$.
Dem Schaubild wird ein Rechteck einbeschrieben, so daß eine Seite auf der x-Achse liegt.
Bestimmen Sie Länge und Breite des Rechtecks mit dem größten Flächeninhalt.

Aufgabe 5

a) Lösen Sie folgende Integrale ohne Formelsammlung:

$$\int \frac{e^{2x}dx}{\sqrt[4]{e^x+1}} \qquad \int \frac{1-\tan x}{1+\tan x}dx$$

b) Man bestimme den Flächeninhalt der Figuren, in die der Kreis $x^2+y^2=16$ durch die Parabel $y^2=6x$ zerlegt wird.

c) Berechnen Sie den Flächeninhalt eines der krummlinigen Dreiecke, die von der x-Achse und den Kurven $y=\sin x$ und $y=\cos x$ begrenzt werden.

Aufgabe 6

a) Berechnen Sie Real- und Imaginärteil von $z=\left(i\cdot e^{i\pi}\right)^2$

b) Lösen Sie die Gleichung nach z auf: $z^5+4z^3+3z=0$

c) Berechnen Sie $\sqrt[3]{-27}$.
Schreiben Sie die Lösungen in kartesischer und in Polarkoordinatendarstellung und stellen Sie sie in der Gaußschen Zahlenebene dar.

d) Bestimmen Sie alle $z\in C$ wofür gilt $|z-3|=|z-i|$ und stellen Sie die Lösungen graphisch dar.

Aufgabe 7

a) Gegeben seien $p=\begin{pmatrix}2\\k\end{pmatrix}$ und $q=\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie *k* so, dass

1. p parallel zu q ist
2. p orthogonal zu q ist
3. p und q den Winkel $\frac{\pi}{4}$ einschließen.

b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des durch die Punkte $A=(1,0,1)$, $B=(0,2,3)$ und $C=(2,1,0)$ gegebenen Dreiecks. Bestimmen Sie weiter mit Hilfe des Flächeninhalts die Höhe (Maßzahl) bezüglich der Grundseite AB.