Kurs: TMB99AGR
Fach: Mathematik II

Termin: 13.06.2000
Dozent: Chr.Vandaele

Abschlußklausur Mathematik II

Hilfsmittel: Formelsammlung, Vorlesungsmitschrift, Taschenrechner.
Lösungen die nur aus dem Ergebnis bestehen, werden nicht gewertet.

Aufgabe 1

a) Berechnen Sie den Konvergenzradius von $f(x) = 1 + \frac{1}{3 \cdot 2}x + \frac{1}{3^2 \cdot 3}x^2 + \frac{1}{3^3 \cdot 4}x^3 + \cdots$.

b) Bestimmen Sie die Schnittpunkte der Kurve $y = x\ln(x+1)$ mit der Geraden $y = 1 - 2x$ im Definitionsbereich.

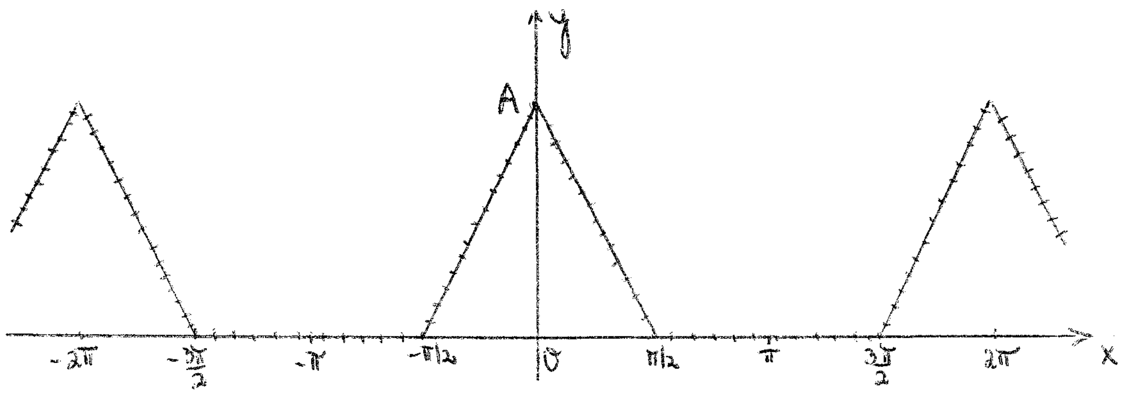
c) Mit Hilfe der ersten 4 Terme der Taylorreihe für e^{-x} schätze man $\int_0^1 \frac{1-e^{-x}}{x}dx$ ab.

Aufgabe 2

Berechnen Sie das Taylorpolynom dritten Grades $T_3(x)$ der Funktion $f(x) = \ln\frac{1}{x}, x > 0$ an der Stelle $x_0 = 1$.
Geben Sie mit Hilfe von $T_3(x)$ einen Näherungswert für $\ln 2$ an.

Aufgabe 3

Welche Fourier-Reihen-Darstellung besitzt die aufgezeichnete periodische Funktion $y = f(x)$?
Geben Sie die Koeffizienten bis zur 5.Oberschwingung an.



Aufgabe 4

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen:

a) $y'+2\frac{y}{x}=e^{x}$ mit $y(1)=e$

b) $y+y'\left(x+\frac{1}{y}\right)=0$

c) $y'=e^{x-y}$

d) $y'\sin x-y=1-\cos x$

e) $y''+4y'+4y=\sin x+\sinh 2x+\frac{1}{2}e^{-2x}$

Aufgabe 5

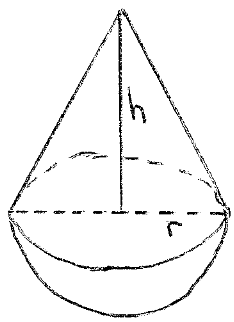
Gegeben sei die Gleichung $z_{xx}-3z_{yx}+2z_{yy}=x\sin y$

Zeigen Sie daß die Funktion $z=f(x,y)=(x+y)^2+e^{2x+y}-\frac{x}{2}\sin y+\frac{3}{4}\cos y$ diese Dgl. erfüllt.

Aufgabe 6

Das Volumen des nebenstehenden Kreisels
(Halbkugel + Kegel) beträgt

$$V(r,h)=\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot r^3+\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h$$



a) Stellen Sie die Formel für das totale Differential auf.

b) Es sind $h=18$ cm und $r=9$ cm gegeben. Berechnen Sie mit Hilfe von a), wie r abgeändert werden muß, damit das Volumen bei einer Vergrößerung von h um 0,5 ungefähr gleich bleibt.

Aufgabe 7

Berechnen Sie die Extremstellen von $f(x,y)=\ln\left(xy^2\right)-\frac{1}{4}xy^2-2(x-1)^2,\; x>0, y\neq 0$

Aufgabe 8

Wie groß muß der Radius r und die Höhe h eines Kegels sein, damit das Volumen bei vorgegebener Mantellänge $m = 3$ maximal wird?

Aufgabe 9

Ein Halbzylinder $x^2 + y^2 \leq 16$, $x \geq 0$ wird von den Ebenen $z = 0$ und $z = x$ geschnitten. Berechnen Sie das Volumen des von den Flächen eingeschlossenen Körpers.

Aufgabe 10

Ein ebener Bereich B sei der 12.Teil eines Kreisrings mit den Radien $R_1 = 1$ und $R_2 = \sqrt{3}$.
Er liegt im 1.Quadranten und hat die x-Achse als Begrenzung.
Skizzieren Sie diesen Bereich und berechnen Sie die Masse für den Fall, daß er mit der Dichte $\rho(x, y) = \frac{4x}{(x^2 + y^2)(1 + x^2 + y^2)}$ belegt ist.

Aufgabe 11

Ein Körper wird seitlich durch die Flächen $x = 0, y = 10, y = \frac{1}{4}x^2 + 1,$ und unten durch die $x, y-$Ebene und oben durch $z = \frac{x}{y}$ begrenzt. Wie groß ist das eingeschlossene Volumen?

Hinweis: Setzen Sie den Grundbereich in der x,y-Ebene als Normalbereich bzgl. der x-Achse und bzgl. der y-Achse an und entscheiden Sie danach, welcher Ansatz für die Berechnung günstiger ist.